

パターン認識と学習

岡山大学大学院

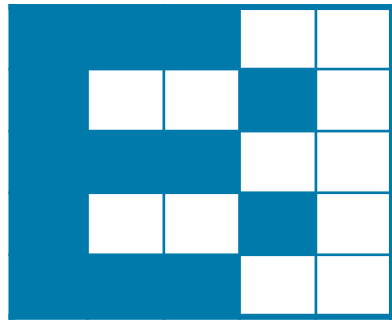
講師 竹内孔一

本日の内容

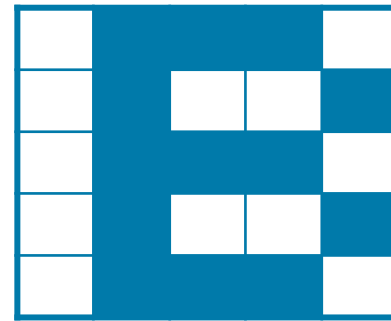
- 確認と訂正
- 学習
 - 線形識別関数
 - パーセプトロン

練習問題

- 以下の文字の特徴ベクトルを求めよ



B という文字



B という文字
右にずれた

- 右にひとつずれた情報をどう特徴化する??

別解(特徴抽出に対して1列空白があれば1, なければ0とする)

$$\mathbf{x}_{\text{左}} = \{1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1\}^t$$

$$\mathbf{x}_{\text{右}} = \{0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1\}^t$$

25次元

追加した
特徴量

練習1

方法1: 1マスを1次元
方法2: ループを1次元

- A, Bの文字を5x5のセンサで分類したい. プロトタイプが左2つするとき, 次の入力はNN法でどちらに分類されるか計算せよ



$$\mathbf{x}_A = \{0,0,1,0,0,0,1,0,1,0,1,0,0,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,0,1\}^t$$

$$\mathbf{x}_B = \{1,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,1,0,0\}^t$$

$$\mathbf{x} = \{0,1,0,0,0,1,0,1,0,0,1,0,0,1,0,1,1,1,1,0,1,0,0,1,0\}^t$$

$$\|\mathbf{x}_A - \mathbf{x}\| = \sqrt{11} \quad \|\mathbf{x}_B - \mathbf{x}\| = \sqrt{12} \quad \text{より左のAと分類される}$$

線形識別関数

- アイデア
 - プロトタイプ(学習データ)と距離を測る
 - 距離を最小にする
 - > 識別関数を定式化
 - > 線形であれば**線形識別関数**
線形 => 直線, 平面

線形識別関数

- 距離の最小

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2 - 2\mathbf{p}_i^t \mathbf{x} + \|\mathbf{p}_i\|^2$$

-> 最大 $g_i(\mathbf{x}) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{p}_i^t \mathbf{x} - \frac{1}{2} \|\mathbf{p}_i\|^2$

識別関数最大でカテゴリを選択

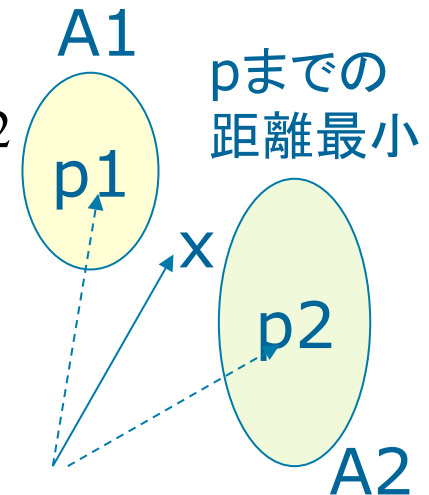
$$\max_{i=1, \dots, c} \{g_i(\mathbf{x})\} = g_k(\mathbf{x})$$

$\mathbf{x} \in A_k$ A はクラス

$g_i(\mathbf{x})$: 識別関数

仮説

\mathbf{p}_i は1クラスに1つ



どこが線形？

- 識別関数

$$g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{p}_i^t \mathbf{x} - \frac{1}{2} \|\mathbf{p}_i\|^2$$

識別

→ 識別関数を使ってカテゴリーを分類
x が変数 Pi は定数 x に対して線形

$$g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_i^t \mathbf{x}$$

学習

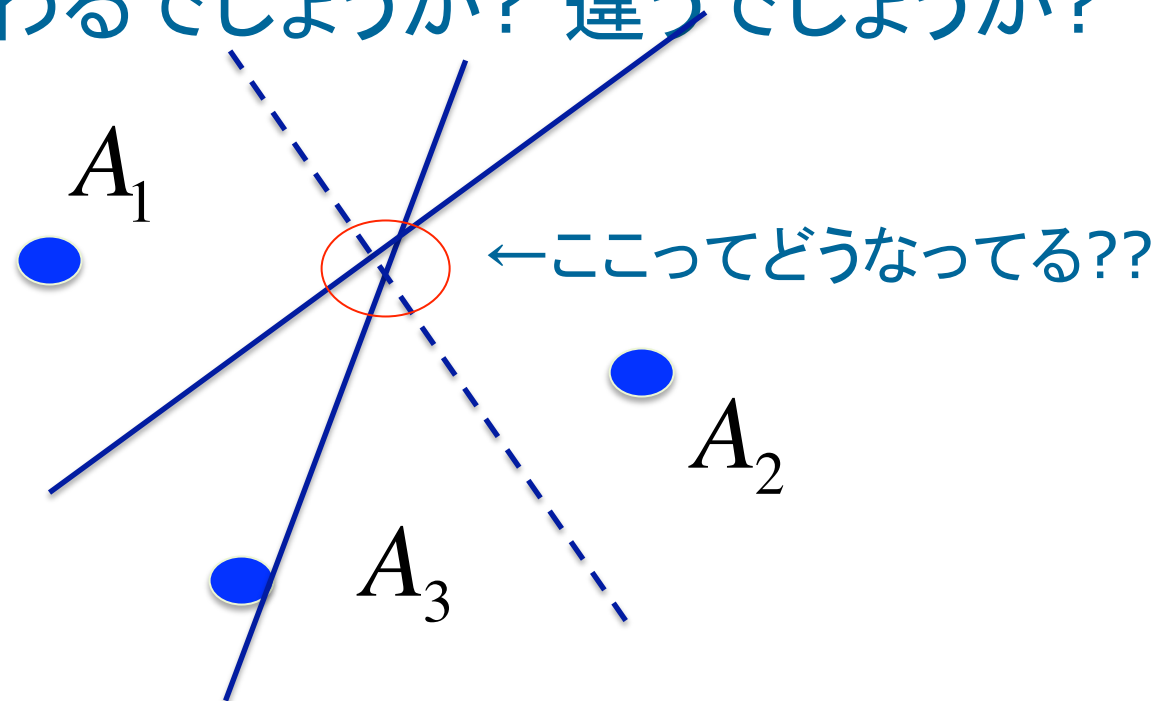
→ 識別関数そのものを学習する
x は定数 Pi は変数 → ただし2乗もまとめてwiとおく
wi に対して線形

練習2

- 識別関数 $g_i(x)$ について
 - 2次元として $x_1=(3,4)$ のとき $g_i(x_1)$ を w で書いてみよう
 - $g_i(x)$ とはクラス A_i についてどのようなものか特徴空間で $g_i(x)=g_j(x)$ (i, j はクラス) は何を表すか

疑問

- 3クラス分類のとき, 各クラスの境界は必ず1点に交わるでしょうか? 違うでしょうか?



パーセプトロン

- 特徴

- 分類可能な学習データであれば必ず線形識別関数(超平面)を自動で計算できる

- パーセプトロンの収束定理

- w を自動的に決める

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^t \mathbf{x}$$

- Rosenblattが1950年代後半に発表

- 2値分類

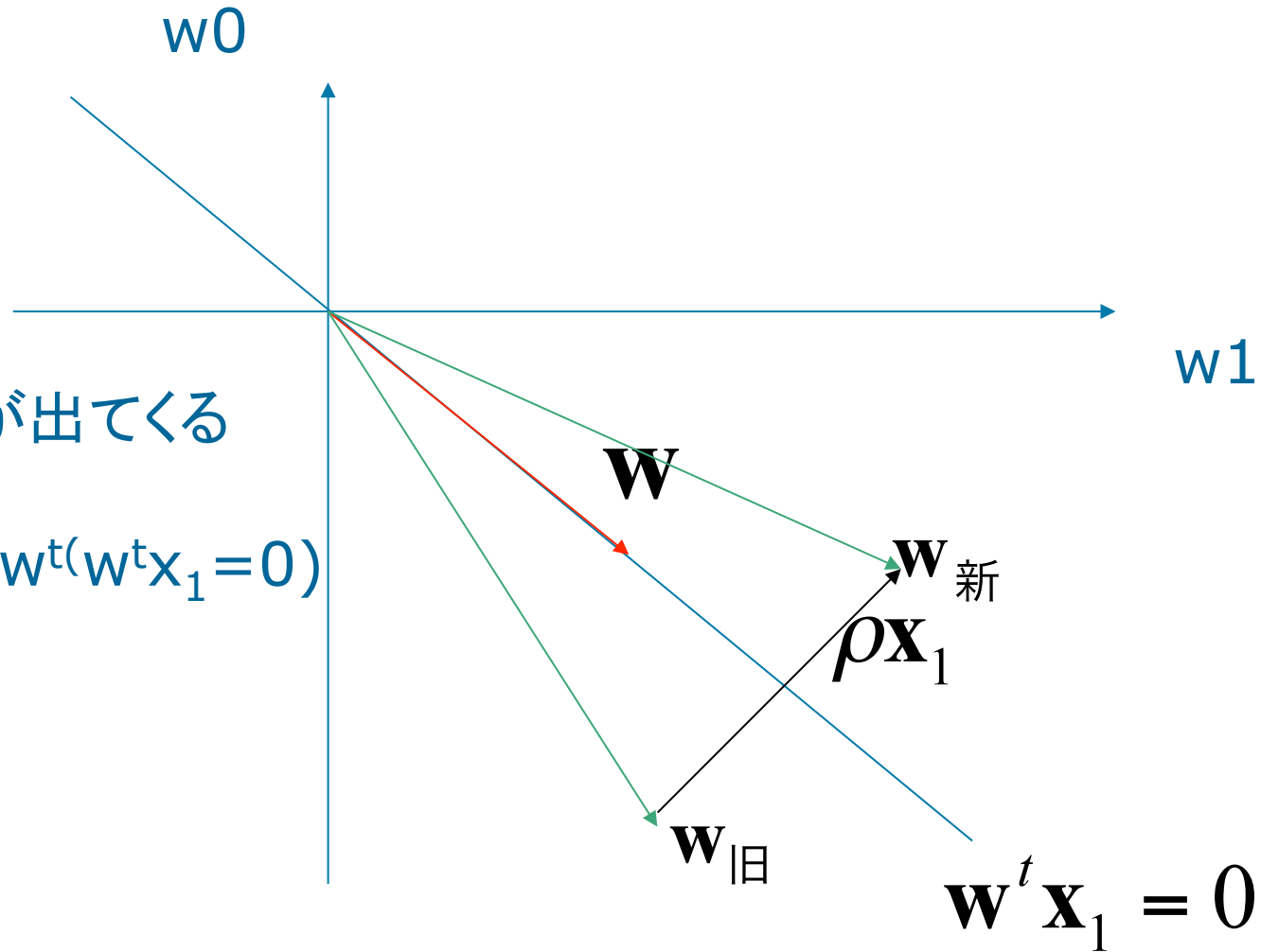
- 欠点

- 線形分離不可能なデータでは収束しない

$w^t x = 0$
なので内積=0
よって直交

直交について

3種類のwが出てくる
ので注意
 $w_{旧}$, $w_{新}$, $w^t(w^t x_1 = 0)$



学習規則

- 識別関数

$$g_1(x) - g_2(x) = w^t x$$

$$g(x) = w^t x > 0 \quad x \in A_1$$

$$g(x) = w^t x < 0 \quad x \in A_2$$

- 学習規則（線形分離可能な場合のみ）

w の初期値を決める

- 学習パターンを1つ選ぶ
- $w' = w + \rho x$ （ A_1 を A_2 と誤るとき）
- $w' = w - \rho x$ （ A_2 を A_1 と誤るとき）
- 全パターンに対して繰り返す
- 誤りがなくなるまで上記を繰り返す

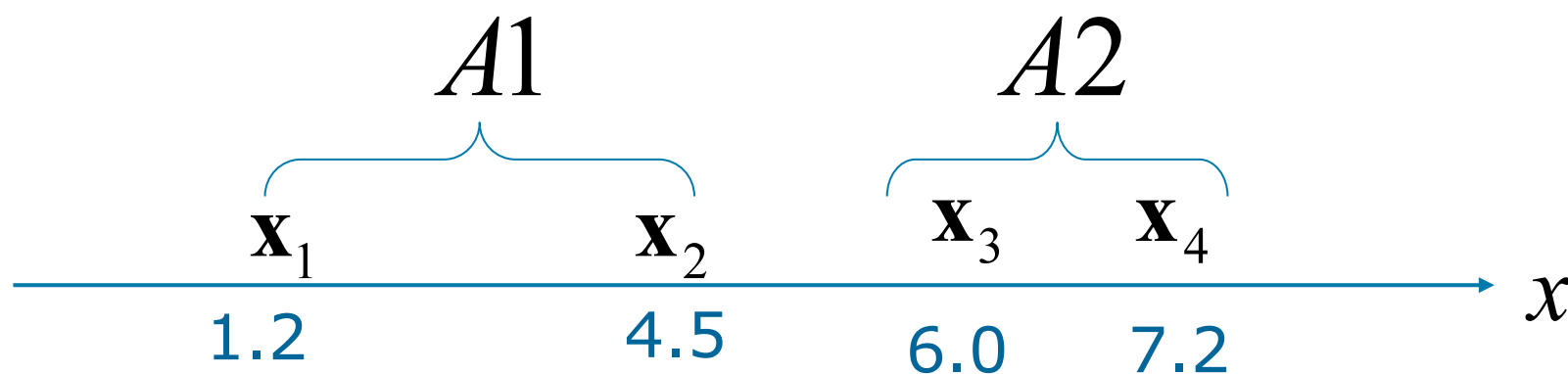
例題

- 2値分類とする. 識別関数の w が $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

のとき, 入力 $x = (-1)$ はA1とA2のどちらに分類されるか?

練習3

- パーセプトロンの学習規則を利用して以下の2値分類に対して識別関数を求めよ
まずw空間で解領域を示すこと



パターン認識の応用

- セキュリティー
 - はずれ値の検出
 - アタックを受けている (httpのアクセス監視)
- 商売
 - 客の流出入のカウント
 - カメラによる客の数え上げ
 - ペットは数えない
 - 途中で戻る人を認識する