

# パターン認識と学習

岡山大学大学院

講師 竹内孔一

## 本日の内容

- 学習
  - Widrow-hoff learning-rule
  - パーセプトロン再考

## Widrow-hoffの学習規則

- 何をするもの?
  - 識別関数を学習させる
- アイデア
  - 学習データ $x^p$ に対して教師信号 $u^p$ を用意
  - 誤差を最小にする
- 得られるもの
  - 重回帰分析
  - widrow-hoff学習規則(パーセプトロンも含む)

## 2つの解法

- 解析的手法
  - 誤差最小 → 誤差の式(2乗)を微分=0
  - 直接解が求まる  
(欠点) 式は求まっても実際計算が無理
    - 大次元行列計算
- 数値解析による手法
  - 最急降下法
  - 逐次更新によって最小値を求める

## パーセプトロン

- 直交化学習
  - 教師ベクトルと学習データとの二乗誤差最小
  - パーセプトロンの学習規則もこの一種
- ベクトル図からの解釈
  - 重み空間で  $x$  のはずれ具合を評価関数とする
  - 最急降下法でパーセプトロンの変更手続きが求まる

## 練習6

- 図3.2の $r$ がなぜそうなるのか計算で求めよ

### 回答例

まず求めるrは図1のようにθを仮定して

$$r = \|w\| \cos \theta \quad (k1)$$

とおける. このcosθはベクトルxとの関係でいうと

$$\cos \theta = \frac{w \cdot x}{\|w\| \|x\|}$$

ただしcosθ>0なので

$$\cos \theta = \frac{w \cdot x}{\|w\| \|x\|} \quad \text{左を(k1)に代入して}$$

$$r = \frac{w \cdot x}{\|x\|} = \frac{w' \cdot x}{\|x\|}$$

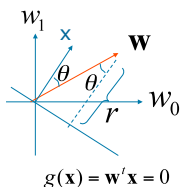


図1 重みw空間

### 他の回答例

- 正射影で考える

wをxに正射影しよう. x上の単位ベクトルをuとすると

$$w' = (w \cdot u)u$$

$$\text{ここで } u = \frac{x}{\|x\|}$$

である. 求めるrはw'のノルムなのでそれを計算する.

$$r = \|w'\| = \|(w \cdot u)u\| = \|w \cdot u\| = \frac{w \cdot x}{\|x\|} = \frac{w' \cdot x}{\|x\|}$$

uは長さ1なので||u||は消える

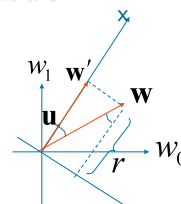
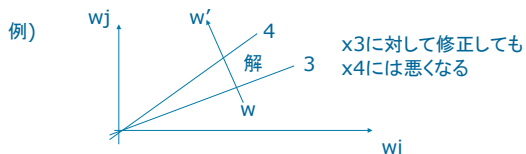


図2 重みw空間

### 注意点

- Widrow-hoff の学習規則とパーセプトロン
  - wの更新の式  $w'_i = w_i - \rho(g_{ip} - b_{ip})x_p$  はJpの最小化であってJではない
  - よってこの学習規則の更新は1つのxpに最適でも全体のJでは悪くなることもある
  - よって常に  $J = \sum Jp$  が最小になるようにする



### 注意点

- Widrow-hoff の学習規則とパーセプトロン
  - パーセプトロンは量(識別面からの離れ具合)を見ていない
  - Widrow-hoffの方は教師信号との差を見ている
  - Widrow-hoffはたとえ判別が全て正しくても誤差は残る

