知識工学

岡山大学大学院

講師　竹内孔一

本日の内容

- 確率的を利用した知識処理
  - ベイジアンネットワーク

ベイジアンネットワーク

- 背景
  - 複数の事象が確率的に発生
  - 事象同士も確率的に関係している
- 特徴
  - 依存関係を条件付き確率でまとめる
  - 各事象の確率を現状に基づいて計算
    - 既知の情報を真，偽などで指定できる
- 問題点
  - ノード数大→ 計算量が爆発的

確率を利用した事象のモデル化

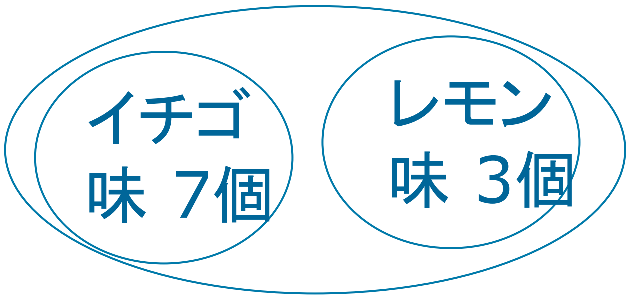
- 確率変数と確率

$$\sum_{x \in Z} P(X = x) = 1$$

確率変数

事象を確率変数で表す
Zは確率変数がとる全ての値の集合

飴玉



$$P(X = \text{レモン味}) = 3/10$$

Z＝{レモン味，イチゴ味}

$$\sum_{x \in Z} P(X = x) = P(X = \text{レモン味}) + P(X = \text{イチゴ味})$$
$$= 3/10 + 7/10 = 1$$

確率を利用した事象のモデル化

確率変数を命題や事象に結びつける

例えば「自転車の電球が切れる」という命題に結びつけて
その真偽を確率値に結びつける

$$P(X = \text{真}) = 0.1$$

だと電球が切れる確率が0.1
という意味

このとき全集合は真と偽のみ
なので

$$P(X = \text{偽}) = 0.9$$

次にこういう確率変数を複数考える

例えば 「筋肉痛」になったとき,「運動のやり過ぎ」や
「無理な姿勢」のどれが理由かをさぐるというモデル化ができる

複数の事象をモデルに取り込む

- 確率変数がn個ある場合

$$P(X_1,\ldots,X_n)$$

n個の事象の確率分布

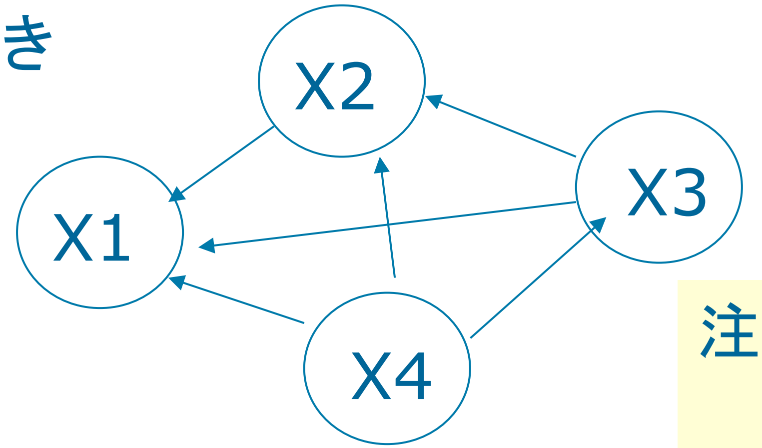
$$= P(X_1 \mid X_2 \cdots X_n) P(X_2 \mid X_3 \cdots X_n) \cdot P(X_{n-1} \mid X_n) P(X_n)$$

ベイズの定理

$$= \prod_{i=1}^{n} P(X_i \mid an(X_i))$$

an()はXにかかる親ノードとする

例) n=4のとき



上の条件付確率と対応している

注) 循環しない
矢印が親子関係

練習19

- 先の事例で an(X2) とは何か答えよ

ベイジアンネットワーク

- 確率変数がn個ある場合

$$P(X_1,\ldots,X_n) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i \mid an(X_i))$$

この時，各 P(Xi) を求めることができる

$$P(X_i) = \sum_{X_i\text{を除く}X_1\text{から}X_n} P(X_1,\ldots,X_n)$$

Xi以外で全確率の和

ある確率変数Xjの値がわかってるとき以下のように求まる

$$P(X_i \mid X_j = x) = \frac{P(X_i, X_j = x)}{P(X_j = x)}$$

$$= \frac{1}{P(X_j = x)} \sum_{X_i\text{を除く}X_1\text{から}X_n} P(X_1,\ldots X_j = x,\ldots,X_n)$$

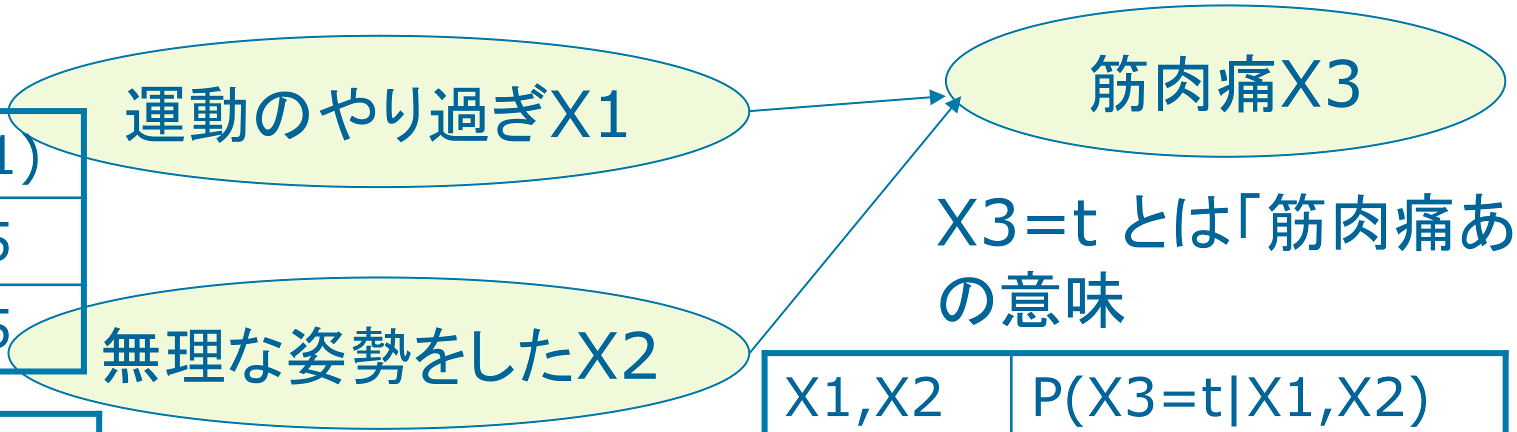
具体例

- 筋肉痛にになった原因は無理な姿勢をしたか運動のやり過ぎのどちらであろうか?

CPT

X1	P(X1)
t	0.05
f	0.95

X2	P(X2)
t	0.1
f	0.9



X3=t とは「筋肉痛あり」の意味

X1,X2	P(X3=t|X1,X2)
t, t	0.95
t, f	0.8
f, t	0.9
f, f	0.01

$P(X_1 \mid X_3 = t)$ と $P(X_2 \mid X_3 = t)$ の確率を求めてどちらが大きいか考える

cpt: conditional probability table

具体例

$$P(X_1 = t \mid X_3 = t) = \frac{1}{P(X_3)} \sum_{X_2} P(X_3 \mid X_1, X_2) P(X_1) P(X_2)$$

Σを展開

$$= kP(X_3 \mid X_1, X_2 = t) P(X_1) P(X_2 = t)$$

$$+ kP(X_3 \mid X_1, X_2 = f) P(X_1) P(X_2 = f)$$

$1/P(X_3)$ は定数なのでkとおいた

ここでX1=t, X3=t を入れてCPTの値を代入して計算する

$$= kP(X_3 = t \mid X_1 = t, X_2 = t) P(X_1 = t) P(X_2 = t)$$

$$+ kP(X_3 = t \mid X_1 = t, X_2 = f) P(X_1 = t) P(X_2 = f)$$

$$= k(0.95 \cdot 0.05 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.05 \cdot 0.9)$$

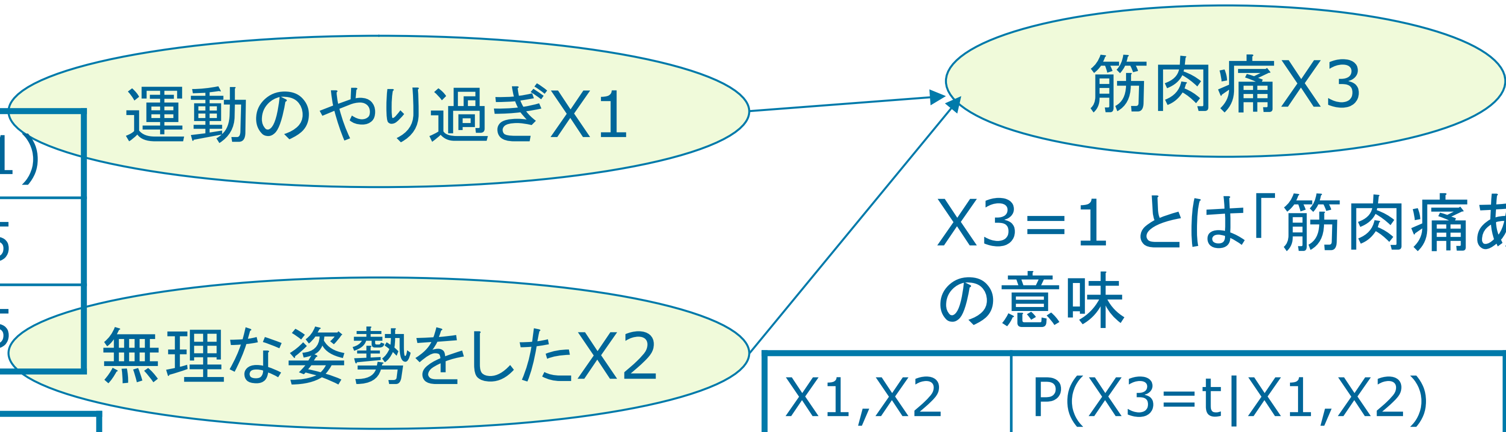
これが答え

ポイント：もともとP(X1=t)=0.05だったのがX3=tを知ることで値が変わった!! →事実関係による確率的な推論

練習20

- 先ほどの事例で $P(X_2 = t \mid X_3 = t)$ について計算し原因が運動か無理な姿勢かについてどちらが確率的に高いか答えよ

CPT



X1	P(X1)
t	0.05
f	0.95

X2	P(X2)
t	0.1
f	0.9

X3=1 とは「筋肉痛あり」の意味

X1,X2	P(X3=t|X1,X2)
t, t	0.95
t, f	0.8
f, t	0.9
f, f	0.01

$P(X_1 \mid X_3 = t)$ と $P(X_2 \mid X_3 = t)$ の確率を求めてどちらが大きいか考える