知識工学

岡山大学大学院

講師　竹内孔一

本日の内容

- 確率的を利用した知識処理
  - ベイジアンネットワーク
  - 計算と性質の理解

ベイジアンネットワーク

- 背景
  - 複数の事象が確率的に発生
  - 事象同士も確率的に関係している
- 特徴
  - 依存関係を条件付き確率でまとめる
  - 各事象の確率を現状に基づいて計算
    - 既知の情報を真，偽などで指定できる
- 問題点
  - ノード数大→ 計算量が爆発的

ベイジアンネットワーク

- 確率変数がn個ある場合

$$P(X_1,\ldots,X_n) = \prod_{i=1}^{n} P(X_i \mid an(X_i))$$

この時，各 P(Xi) を求めることができる

$$P(X_i) = \sum_{X_i\text{を除く}X_1\text{から}X_n} P(X_1,\ldots,X_n)$$

Xi以外で全確率の和

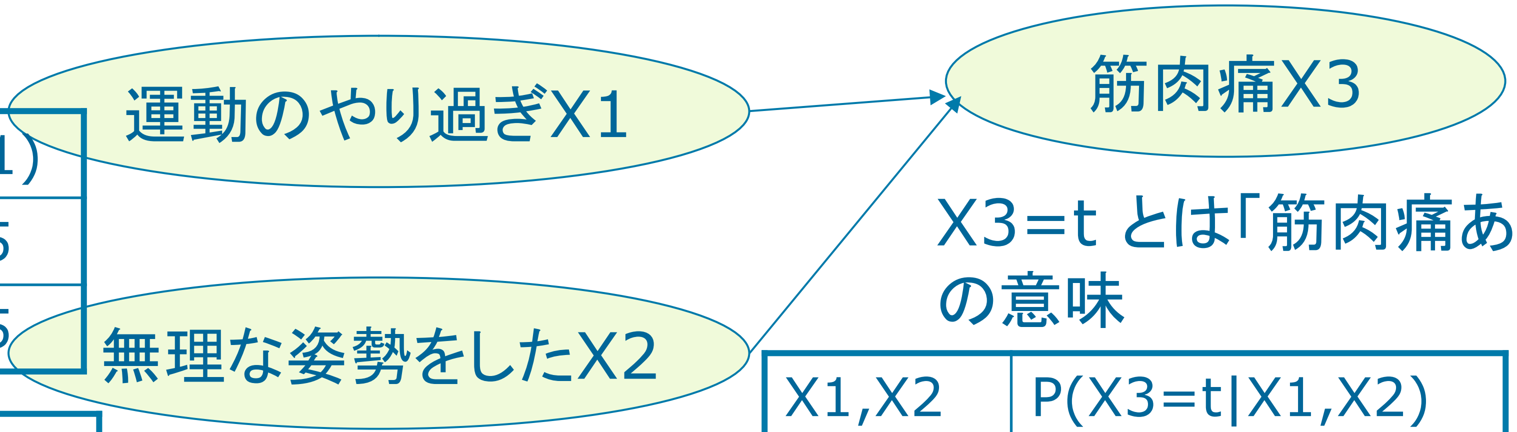
ある確率変数Xjの値がわかってるとき以下のように求まる

$$P(X_i \mid X_j = x) = \frac{P(X_i, X_j = x)}{P(X_j = x)}$$

$$= \frac{1}{P(X_j = x)} \sum_{X_i\text{を除く}X_1\text{から}X_n} P(X_1,\ldots X_j = x,\ldots,X_n)$$

具体例

- 筋肉痛にになった原因は無理な姿勢をしたか運動のやり過ぎのどちらであろうか?



CPT

X1	P(X1)
t	0.05
f	0.95

X2	P(X2)
t	0.1
f	0.9

X3=t とは「筋肉痛あり」の意味

X1,X2	P(X3=t|X1,X2)
t, t	0.95
t, f	0.8
f, t	0.9
f, f	0.01

$P(X_1 | X_3 = t)$ と $P(X_2 | X_3 = t)$の確率を求めてどちらが大きいか考える

cpt: conditional probability table

具体例

$$P(X_1 = t \mid X_3 = t) = \frac{1}{P(X_3)} \sum_{X_2} P(X_3 \mid X_1, X_2) P(X_1) P(X_2)$$

$\boxed{\Sigma\text{を展開}}$

$$= kP(X_3 \mid X_1, X_2 = t) P(X_1) P(X_2 = t)$$

$$+ kP(X_3 \mid X_1, X_2 = f) P(X_1) P(X_2 = f)$$

$1/P(X_3)$ は定数なのでkとおいた

ここでX1=t, X3=t を入れてCPTの値を代入
して計算する

$$= kP(X_3 = t \mid X_1 = t, X_2 = t) P(X_1 = t) P(X_2 = t)$$

$$+ kP(X_3 = t \mid X_1 = t, X_2 = f) P(X_1 = t) P(X_2 = f)$$

$$= k(0.95 \cdot 0.05 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.05 \cdot 0.9)$$ これが答え

ポイント:もともとP(X1=t)=0.05だったのがX3=tを知ることで
値が変わった!! →事実関係による確率的な推論

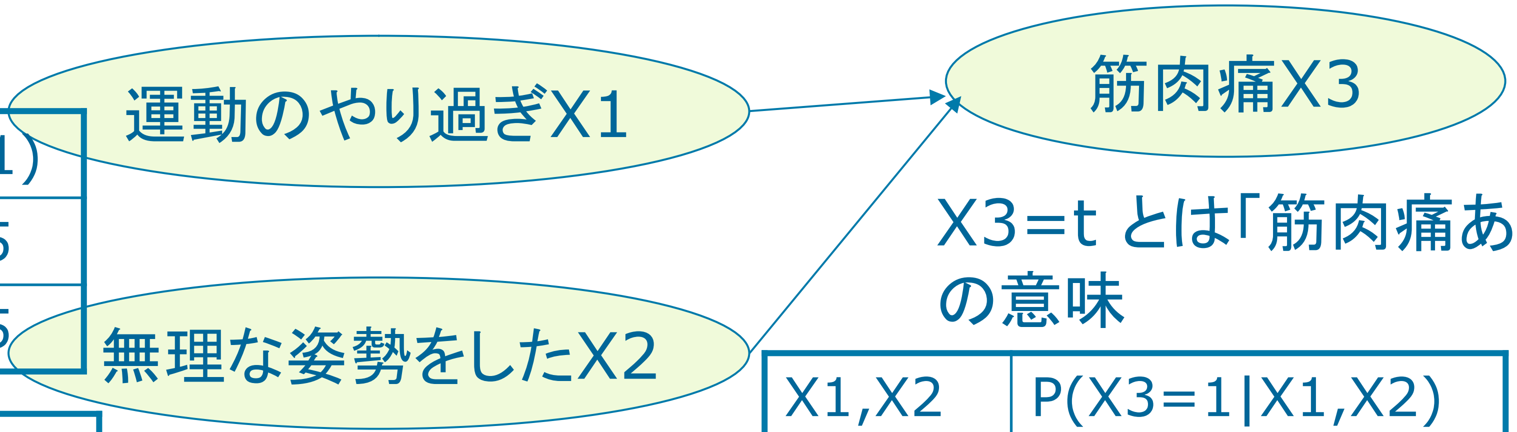
練習20

- 先ほどの事例で $P(X_2=1 \mid X_3=1)$ について計算し原因が運動か無理な姿勢かについてどちらが確率的に高いか答えよ

CPT

X1	P(X1)
t	0.05
f	0.95

X2	P(X2)
t	0.1
f	0.9



X3=t とは「筋肉痛あり」の意味

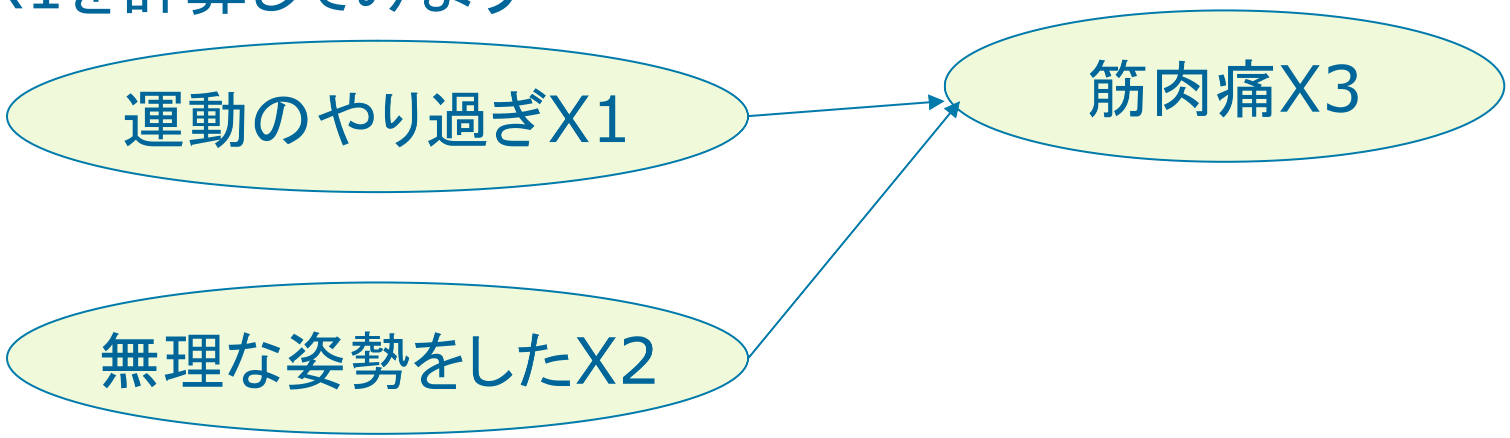
X1,X2	P(X3=1|X1,X2)
t, t	0.95
t, f	0.8
f, t	0.9
f, f	0.01

$P(X_1 \mid X_3=t)$ と $P(X_2 \mid X_3=t)$ の確率を求めてどちらが大きいか考える

ベイジアンネットワークの理解

- もし条件が無い場合

X1を計算してみよう



$$P(X_1 = t) = \sum_{X_2 X_3} P(X_3 \mid X_1, X_2) P(X_2) P(X_1)$$

$$= \sum_{X_2} \sum_{X_3} P(X_3 \mid X_1 = t, X_2) P(X_2) P(X_1 = t)$$

ちょっと計算してみよう

ベイジアンネットワークの理解

- 条件が無い場合(続き)

$$P(X_1 = t) = P(X_3 = f \mid X_1 = t, X_2 = f)P(X_2 = f)P(X_1 = t)$$
$$+P(X_3 = f \mid X_1 = t, X_2 = t)P(X_2 = t)P(X_1 = t)$$
$$+P(X_3 = t \mid X_1 = t, X_2 = f)P(X_2 = f)P(X_1 = t)$$
$$+P(X_3 = t \mid X_1 = t, X_2 = t)P(X_2 = t)P(X_1 = t)$$

X2, X3 の{t, f}を全て尽くして足し合わせる

$$P(X_1 = t) = 0.2 \times 0.9 \times 0.05 + 0.05 \times 0.1 \times 0.05$$
$$+0.8 \times 0.9 \times 0.05 + 0.95 \times 0.1 \times 0.05$$

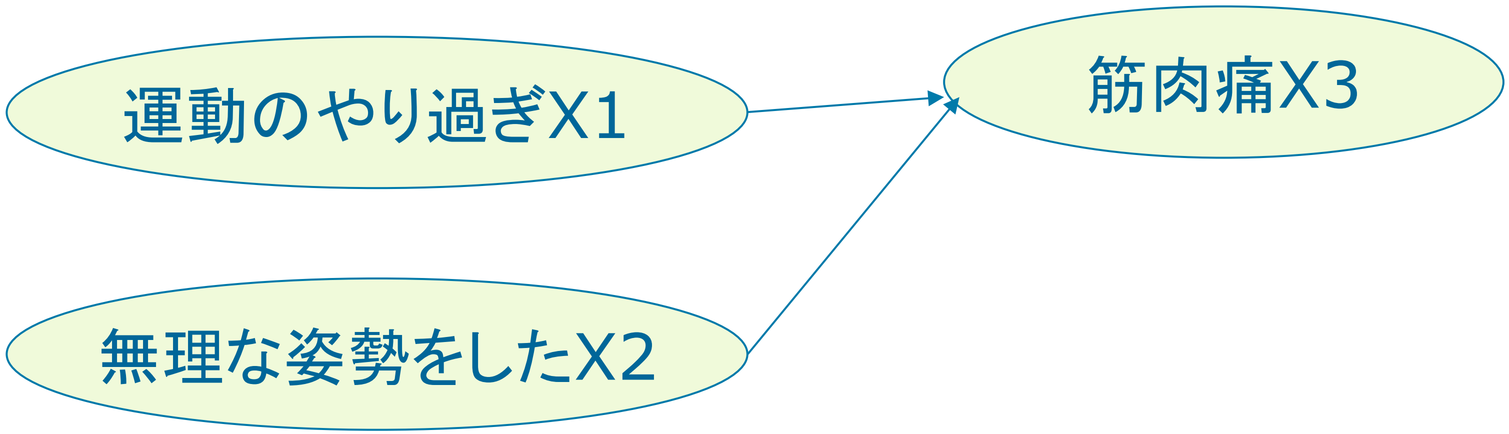
足せば1

$$= 0.05$$

当然. もともとCPTと
同じになる

ベイジアンネットワークの理解

- 設計時は独立でも条件で影響を受ける

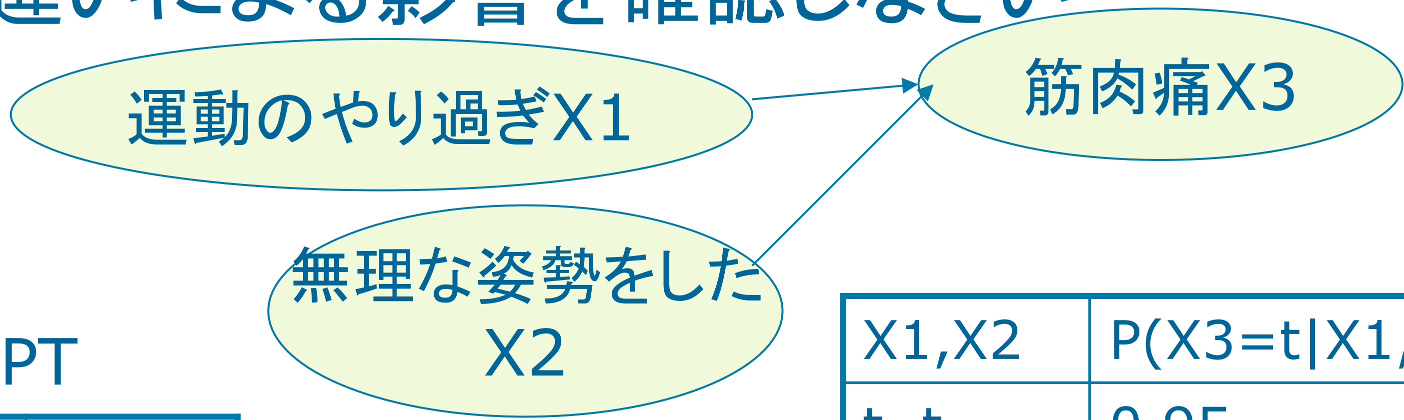


X1が真か偽かでP(X2)の値が変わる!!
→ X1もX2ももともとは独立でもネットワークで
　結びつけると他の情報によって確率値に影響をうける
→ 筋肉痛(X3=t)があったとき，運動のやり過ぎが
　無かった(X1=f) ならば無理な姿勢をした方の
　確率P(X2=t)が高くなる

↑ベイジアンネットがうまくこうした推論を行える

練習21

- 下記のネットワークで筋肉痛で運動のやりすぎでないときのP(X2=t)の値を求めて練習20のときのP(X2=t)の値と比較し，条件の違いによる影響を確認しなさい



CPT

X1	P(X1)
t	0.05
f	0.95

X2	P(X2)
t	0.1
f	0.9

X1,X2	P(X3=t|X1,X2)
t, t	0.95
t, f	0.8
f, t	0.9
f, f	0.01

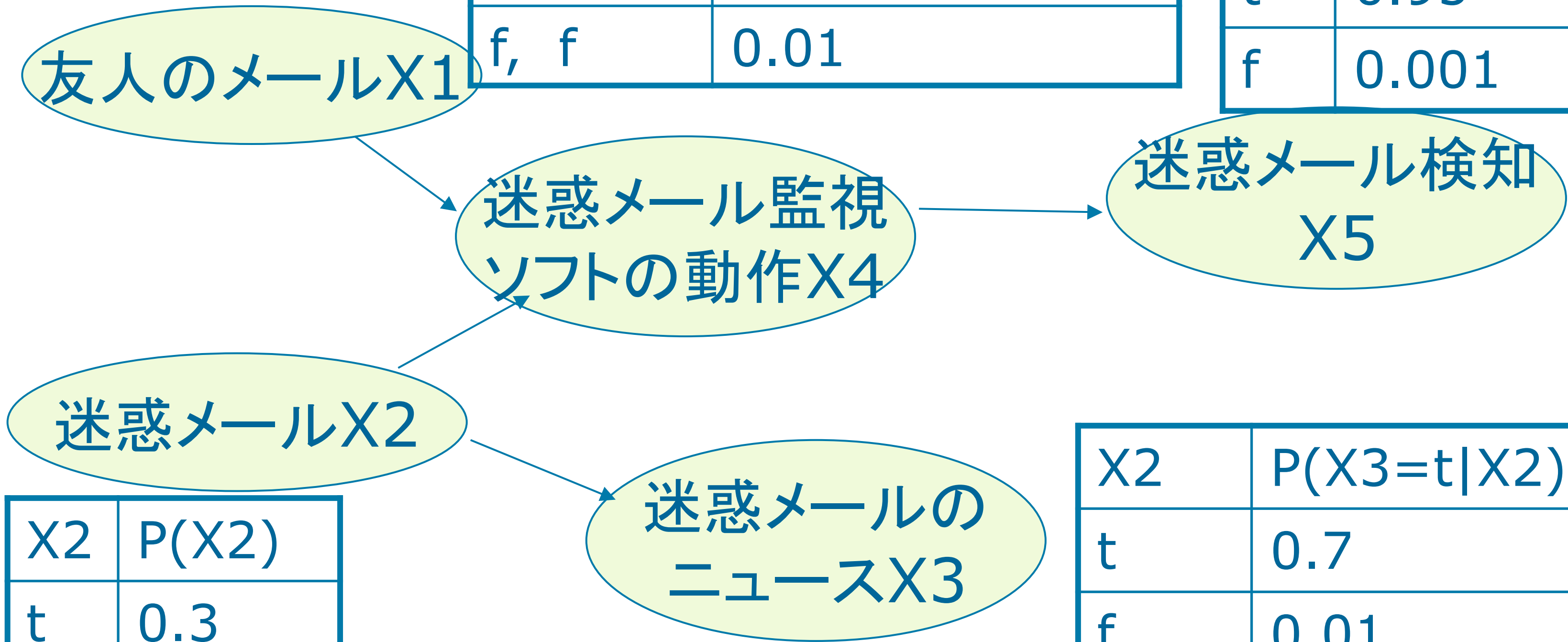
具体例2: 迷惑メール判定

迷惑メールと判定されたメールは本物か?ただし, この時迷惑メールのニュースを知ったとする

X1	P(X1)
t	0.8

X1, X2	P(X3=t|X1,X2)
t, t	0.2
t, f	0.01
f, t	0.9
f, f	0.01

X4	P(X5=t|X4)
t	0.95
f	0.001



X2	P(X2)
t	0.3

X2	P(X3=t|X2)
t	0.7
f	0.01

練習22

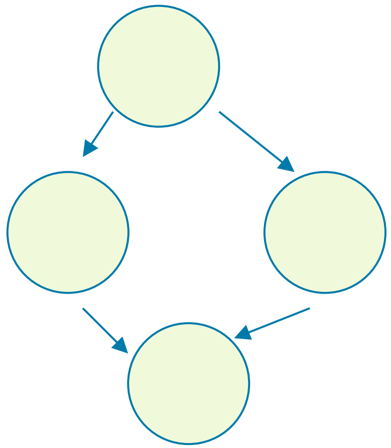
- 風邪か花粉症かを見分けたい．発熱，鼻水，目のかゆみを要素と考えてベイジアンネットワークを構築せよ
- 条件付き確率を得るためにどうすれば良いか

問題点

- ノードの増加による計算の負担
  - 数百の単位になると計算が現実的に難しい
  - シュミレーションなどの手法がある
- 確率表の獲得
  - 計算のもととなる確率表の作成が難しい
  - 大量のデータから数え上げにより確率を得る
- 結果の解釈
  - 結果は数字なので原因の判定と探索は人手

さらなる学習

- 計算
  - ネットワークでloopがある場合
  - belief propagation で正確に計算できる
    - 部分的な計算に分解する
  - loopがある場合
    - 近似計算法が提案されている
- 学習
  - 学習データが不足している場合
  - どう補うか?



loopがある場合

練習4

- 以下のようにお弁当を購入するデータが得られた. ベイジアンネットワークを作成せよ

CPT(conditional probability table)
条件付き確率表も
作成すること

注)考え方により
ネットワークは
異なる

料理	おかず	価格	弁当の購入
和	多	中	正
和	小	高	負
中華	小	中	正
中華	多	高	負
洋	多	中	正
洋	小	中	負
和	小	中	正
洋	小	高	負

ベイジアンネットワーク応用例

- 消費者の購買行動分析

  データマイニング

  - コンピュータ購入の理由について
    - 東芝レビューVol 6, No. 1 (2005)

      http://www.toshiba.co.jp/tech/review/2005/01/60_01pdf/rd01.pdf
  - 分析対象
    - アンケート調査結果から消費者の内的心理を予測
  - 入力
    - 調査結果(データ)
    - 専門家による知見 (ネットワーク依存関係)

参考

- Webページ
  - http://staff.aist.go.jp/y.motomura/bn2002/presen/motomura-tut.files/frame.htm
  - http://www.cs.ubc.ca/~murphyk/Bayes/Charniak_91.pdf (charniak)
  - http://www.niedermayer.ca/papers/bayesian/bayes.html#fn6