

# 知識工学

岡山大学大学院  
講師 竹内孔一

## 本日の内容

- 確率的を利用した知識処理
  - ベイジアンネットワーク
  - 計算と性質の理解

## ベイジアンネットワーク

- 背景
  - 複数の事象が確率的に発生
  - 事象同士も確率的に関係している
- 特徴
  - 依存関係を条件付き確率でまとめる
  - 各事象の確率を現状に基づいて計算
    - 既知の情報を真, 偽などで指定できる
- 問題点
  - ノード数大 → 計算量が爆発的

## ベイジアンネットワーク

- 確率変数がn個ある場合

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | an(X_i))$$

この時, 各  $P(X_i)$  を求めることができる

$$P(X_i) = \sum_{X_j \text{を除く } X_1 \text{ から } X_n} P(X_1, \dots, X_n) \quad \text{X}_i \text{以外で全確率の和}$$

ある確率変数  $X_j$  の値がわかってるとき以下のように求める

$$P(X_i | X_j = x) = \frac{P(X_i, X_j = x)}{P(X_j = x)}$$

$$= \frac{1}{P(X_j = x)} \sum_{X_j \text{を除く } X_1 \text{ から } X_n} P(X_1, \dots, X_j = x, \dots, X_n)$$

## 具体例

- 筋肉痛にになった原因は無理な姿勢をしたか 運動のやり過ぎのどちらであろうか?

CPT

| X1 | P(X1) |
|----|-------|
| t  | 0.05  |
| f  | 0.95  |

運動のやり過ぎX1

| X2 | P(X2) |
|----|-------|
| t  | 0.1   |
| f  | 0.9   |

無理な姿勢をしたX2

$P(X_1 | X_3 = t)$  と  $P(X_2 | X_3 = t)$  の確率を求めてどちらが大きいか考える

| X1, X2 | P(X3=t X1, X2) |
|--------|----------------|
| t, t   | 0.95           |
| t, f   | 0.8            |
| f, t   | 0.9            |
| f, f   | 0.01           |

X3=t とは「筋肉痛あり」の意味

cpt: conditional probability table

## 具体例

$$P(X_1 = t | X_3 = t) = \frac{1}{P(X_3 = t)} \sum_{X_2} P(X_3 = t | X_1, X_2) P(X_1) P(X_2)$$

Σを展開

$$= kP(X_3 = t | X_1 = t, X_2 = t) P(X_1) P(X_2 = t) + kP(X_3 = t | X_1 = t, X_2 = f) P(X_1) P(X_2 = f)$$

$1/P(X_3 = t)$  は定数なのでkとおいた

ここで  $X_1 = t, X_3 = t$  を入れてCPTの値を代入して計算する

$$= kP(X_3 = t | X_1 = t, X_2 = t) P(X_1 = t) P(X_2 = t) + kP(X_3 = t | X_1 = t, X_2 = f) P(X_1 = t) P(X_2 = f)$$

$$= k(0.95 \cdot 0.05 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot 0.05 \cdot 0.9) \quad \text{これが答え}$$

ポイント: もともと  $P(X_1 = t) = 0.05$  だったのが  $X_3 = t$  を知ることで値が変わった!! → 事実関係による確率的な推論

### 練習20

- 先ほどの事例で  $P(X_2 = t | X_3 = 1)$  について計算し原因が運動が無理な姿勢かについてどちらが確率的に高いか答えよ

CPT

| X1 | P(X1) |
|----|-------|
| t  | 0.05  |
| f  | 0.95  |

運動のやり過ぎX1

無理な姿勢をしたX2

| X1, X2 | P(X3=1 X1, X2) |
|--------|----------------|
| t, t   | 0.95           |
| t, f   | 0.8            |
| f, t   | 0.9            |
| f, f   | 0.01           |

筋肉痛X3

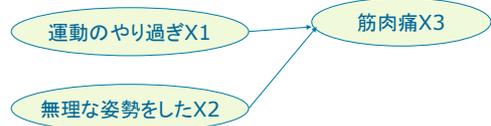
X3=t とは「筋肉痛あり」の意味

$P(X_1 | X_3 = t)$  と  $P(X_2 | X_3 = t)$  の確率を求めてどちらが大きいか考える

### ベイジアンネットワークの理解

- もし条件が無い場合

X1を計算してみよう



$$P(X_1 = t) = \sum_{X_2, X_3} P(X_3 | X_1, X_2) P(X_2) P(X_1) = \sum_{X_2} \sum_{X_3} P(X_3 | X_1 = t, X_2) P(X_2) P(X_1 = t)$$

ちょっと計算してみよう

### ベイジアンネットワークの理解

- 条件が無い場合(続き)

$$P(X_1 = t) = P(X_3 = f | X_1 = t, X_2 = f) P(X_2 = f) P(X_1 = t) + P(X_3 = f | X_1 = t, X_2 = t) P(X_2 = t) P(X_1 = t) + P(X_3 = t | X_1 = t, X_2 = f) P(X_2 = f) P(X_1 = t) + P(X_3 = t | X_1 = t, X_2 = t) P(X_2 = t) P(X_1 = t)$$

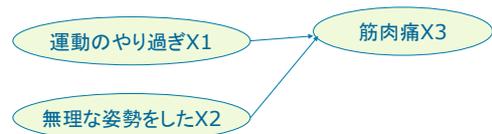
X2, X3 の{t, f}を全て尽くして足し合わせる

$$P(X_1 = t) = 0.2 \times 0.9 \times 0.05 + 0.05 \times 0.1 \times 0.05 + 0.8 \times 0.9 \times 0.05 + 0.95 \times 0.1 \times 0.05 = 0.05$$

足せば1 当然、もともとCPTと同じになる

### ベイジアンネットワークの理解

- 設計時は独立でも条件で影響を受ける



X1が真か偽かでP(X2)の値が変わる!!  
 → X1もX2ももともとは独立でもネットワークで結びつけると他の情報によって確率値に影響をうける  
 → 筋肉痛(X3=t)があったとき、運動のやり過ぎが無かった(X1=f) ならば無理な姿勢をした方の確率P(X2=t)が高くなる

↑ ベイジアンネットがうまくこうした推論を行える

### 練習21

- 下記のネットワークで筋肉痛で運動のやりすぎでないときのP(X2=t)の値を求めて練習20のときのP(X2=t)の値と比較し、条件の違いによる影響を確認しなさい

CPT

| X1 | P(X1) |
|----|-------|
| t  | 0.05  |
| f  | 0.95  |

運動のやり過ぎX1

無理な姿勢をしたX2

| X1, X2 | P(X3=t X1, X2) |
|--------|----------------|
| t, t   | 0.95           |
| t, f   | 0.8            |
| f, t   | 0.9            |
| f, f   | 0.01           |

筋肉痛X3

### 具体例2: 迷惑メール判定

迷惑メールと判定されたメールは本物か?ただし、この時迷惑メールのニュースを知ったとする

友人のメールX1

| X1 | P(X1) |
|----|-------|
| t  | 0.8   |

| X1, X2 | P(X3=t X1, X2) |
|--------|----------------|
| t, t   | 0.2            |
| t, f   | 0.01           |
| f, t   | 0.9            |
| f, f   | 0.01           |

迷惑メールX2

| X2 | P(X2) |
|----|-------|
| t  | 0.3   |

迷惑メール監視ソフトの動作X4

| X4 | P(X5=t X4) |
|----|------------|
| t  | 0.95       |
| f  | 0.001      |

迷惑メール検知X5

迷惑メールのニュースX3

| X2 | P(X3=t X2) |
|----|------------|
| t  | 0.7        |
| f  | 0.01       |

## 練習22

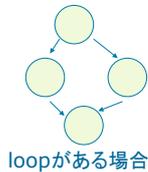
- 風邪か花粉症かを見分けたい。発熱、鼻水、目のかゆみを要素と考えてベイジアンネットワークを構築せよ
- 条件付き確率を得るためにどうすれば良いか

## 問題点

- ノードの増加による計算の負担
  - 数百の単位になると計算が現実的に難しい
  - シミュレーションなどの手法がある
- 確率表の獲得
  - 計算のもととなる確率表の作成が難しい
  - 大量のデータから数え上げにより確率を得る
- 結果の解釈
  - 結果は数字なので原因の判定と探索は人手

## さらなる学習

- 計算
  - ネットワークでloopがある場合
    - **belief propagation** で正確に計算できる
      - 部分的な計算に分解する
    - loopがある場合
      - 近似計算法が提案されている
- 学習
  - 学習データが不足している場合
  - どう補うか?



## 練習4

- 以下のようにお弁当を購入するデータが得られた。ベイジアンネットワークを作成せよ

CPT( conditional probability table)  
条件付き確率表も作成すること

| 料理 | おかず | 価格 | 弁当の購入 |
|----|-----|----|-------|
| 和  | 多   | 中  | 正     |
| 和  | 小   | 高  | 負     |
| 中華 | 小   | 中  | 正     |
| 中華 | 多   | 高  | 負     |
| 洋  | 多   | 中  | 正     |
| 洋  | 小   | 中  | 負     |
| 和  | 小   | 中  | 正     |
| 洋  | 小   | 高  | 負     |

注)考え方によりネットワークは異なる

## ベイジアンネットワーク応用例

- 消費者の購買行動分析
  - データマイニング**
  - コンピュータ購入の理由について
    - 東芝レビューVol 6, No. 1 (2005)  
[http://www.toshiba.co.jp/tech/review/2005/01/60\\_01pdf/rd01.pdf](http://www.toshiba.co.jp/tech/review/2005/01/60_01pdf/rd01.pdf)
  - 分析対象
    - アンケート調査結果から消費者の**内的心理**を予測
  - 入力
    - 調査結果(データ)
    - 専門家による知見 (ネットワーク依存関係)

## 参考

- Webページ
  - <http://staff.aist.go.jp/y.motomura/bn2002/presen/motomura-tut.files/frame.htm>
  - [http://www.cs.ubc.ca/~murphyk/Bayes/Charniak\\_91.pdf](http://www.cs.ubc.ca/~murphyk/Bayes/Charniak_91.pdf) (charniak)
  - <http://www.niedermayer.ca/papers/bayesian/bayes.html#fn6>