知識工学

岡山大学大学院

講師　竹内孔一

今日の内容

- 命題論理と非単調推論
  - 閉世界仮説
  - サーカムスクリプション

知識の記述

- 記号論理 (symbolic logic)
  - ブール代数(boolean algebra)を利用した記述
    - 命題論理と述語論理
    - 真 T か 偽 F を利用して意味を記述

述語論理(例)

人間: Human (x)　例えば Human(Ichiro): T

Human (桃太郎) : F ? (架空の人間)

推論(三段論法)

Human (x) -> Animal (x)
Animal (x) -> OnEarth (x)

Human (x) -> OnEarth (x)

断片的な知識から問題を解決できる　例) 太郎は地上にいる?

記号論理

- 問題点
  - 知識を断片的に増やすと矛盾が起きる
    - 自動的に矛盾を見つける (Shapiro 81)
    - 矛盾もうまくとりこんで処理
      - サーカムスクリプション (McCarthy 80)

    例) 鳥は飛ぶ，ぺんぎんは鳥， → ぺんぎんは飛ぶ×
  - 述語をいくつ増やすとどう利用できるか不明
    - 漠然と述語を増やしても見通しが無い
  - 程度(とても良い，多分雨)は扱いにくい

練習

- 次の文章を述語論理で記述せよ
  - 風邪ならば熱と鼻水がでる
  - 花粉症ならば鼻水が出るが熱は無い

- 述語論理の矢印 → の左と右の項の包含関係を考えよ(どっちが大きい?)

非単調性について

- 非単調性とは
  - 例外を加えることで定理が否定され導かれる理論が減少すること
- 非単調性の取り扱い
  - 範囲を限定する
    - 閉世界仮説
  - 論理体系に取り込む
    - 極小限定(サーカムスクリプション)
  - 論理の拡張
    - デフォルト推論 (推論を拡張)
    - ATMS (仮説を導入)

閉世界仮説

- 閉世界仮説
  - Pが証明できない限りPは成立しないと考える
    - 推論の拡張
    - もし論理式Pが成立しないなら～Pを加える

デフォルト推論の定式化を利用

$$\frac{: M\neg P}{\neg P}$$

様相記号Mを使うとデフォルト推論によって閉世界仮説は表現できる

サーカムスクリプション(極小限定)

- サーカムスクリプションとは
  - 知っている例外以外は矛盾が無いと仮定
  - 例外を新たにq(x)という論理式に入れて矛盾を自動で防ぐ計算
  - q(x)は知ってる例外のみ最小にとりまとめる
- 使い方
  - 論理式の集合Lのとき下記の式にあてはめる
  - 例外をとりまとめた新しい論理式q(x)が得られる

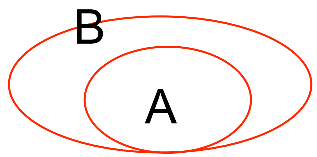
$$L(q(x)) \wedge \forall x(q(x) \to P(x)) \to \forall x(P(x) \to q(x))$$

2階の論理式

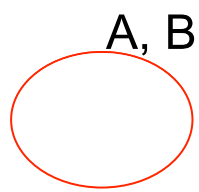
サーカムスクリプション

- 式の感覚的解釈
  - Lは問題にしたい論理式のすべてを成立させる
  - P(x)は求めたい述語に置き換える
  - q(x)は求める未知の述語
  - q(x)→P(x) でP(x)→q(x) は包含関係を同じにする

$$A \rightarrow B$$



$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow A$$



$$\underbrace{L(q(x)) \wedge \forall x(q(x) \rightarrow P(x))}_{\text{前提}} \rightarrow$$

$$\underbrace{\forall x(P(x) \rightarrow q(x))}_{\text{帰結}} \quad (1)$$

適用例

例外: 哺乳類はほとんど胎生だがカモノハシは違う

まず，哺乳類で胎生のものを nn(x) という述語を置いて論理式系Lを作成する

$$L = \{\forall x(\text{哺乳類}(x) \wedge \neg nn(x) \rightarrow \text{胎生}(x))$$
$$\forall x(\text{カモノハシ}(x) \rightarrow nn(x))\}$$

このL の nn(x) に対してサーカムスクリプションを適用する

- (1)式の P(x) をnn(x)に置き換える
- (1)式のL(q(x)) に上記のL を代入する
  この時，P(x) は全て q(x) に置き換える
- 求めるのはq(x)

$$L(q(x)) \wedge \forall x(q(x) \rightarrow P(x)) \rightarrow \forall x(P(x) \rightarrow q(x)) \quad (1)$$

$$L = \{\forall \mathrm{x}(\text{哺乳類}(\mathrm{x}) \wedge \neg \mathrm{nn}(\mathrm{x}) \rightarrow \text{胎生}(\mathrm{x})) \quad \forall \mathrm{x}(\text{カモノハシ}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{nn}(\mathrm{x}))\} \quad (2)$$

(2)を(1)に代入して，nn(x)をP(x)に書き換える
さらに，L(q(x))では P(x)をすべてq(x)に書き換える

$$\forall \mathrm{x}(\text{哺乳類}(\mathrm{x}) \wedge \neg \mathrm{q}(\mathrm{x}) \rightarrow \text{胎生}(\mathrm{x})) \wedge \forall \mathrm{x}(\text{カモノハシ}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{q}(\mathrm{x})) \wedge \underbrace{\forall \mathrm{x}(\mathrm{q}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{nn}(\mathrm{x}))} \rightarrow \forall \mathrm{x}(\mathrm{nn}(\mathrm{x}) \rightarrow \mathrm{q}(\mathrm{x})) \quad (3)$$

(3)式成立のために，この前提部分が成立する必要がある

(3)式の前提の部分を書き換えていく

$$\forall x(\text{哺乳類}(x) \wedge \neg q(x) \rightarrow \text{胎生}(x)) \wedge \quad (3\text{-}1)$$

$$\forall x(\text{カモノハシ}(x) \rightarrow q(x)) \wedge \quad (3\text{-}2)$$

$$\forall x(q(x) \rightarrow nn(x)) \quad (3\text{-}3)$$

(3-1)について

$$\forall x(\neg \text{哺乳類}(x) \vee q(x) \vee \text{胎生}(x))$$

$$\forall x(q(x) \vee \neg \text{哺乳類}(x) \vee \text{胎生}(x))$$

$$\forall x(\neg q(x) \rightarrow \neg \text{哺乳類}(x) \vee \text{胎生}(x))$$

$$\forall x(q(x) \leftarrow \text{哺乳類}(x) \wedge \neg \text{胎生}(x)) \quad (4)$$

よって $(4) \wedge (3-2)$ なので

$$\forall x((\text{哺乳類}(x) \wedge \neg \text{胎生}(x)) \vee \text{カモノハシ}(x) \rightarrow q(x)) \quad (5)$$

さらに(5) と (3-3)から

$$\forall x((\text{哺乳類}(x) \wedge \neg \text{胎生}(x)) \vee \text{カモノハシ}(x) \rightarrow nn(x)) \quad (6)$$

一方(3)の帰結から

$$\forall x(nn(x) \rightarrow q(x))$$

よってnn(x)とq(x)は等しくなり(5)式から

$$\forall x(nn(x) \rightarrow (\text{哺乳類}(x) \wedge \neg \text{胎生}(x)) \vee \text{カモノハシ}(x)) \quad (7)$$

つまり未知の論理式nn(x)はカモノハシかまたは
哺乳類の中で胎生ではないもの

これは不要なので削除した(8)が求めたいもの

$$\forall x(nn(x) \rightarrow \text{カモノハシ}(x)) \quad (8)$$

ATMS

- Assumption-based TMS
  - TMS: 真理維持システム
  - 仮説集合から部分的に成立する部分の同定
  - 仮説が成り立つ根拠の保持
  - 成立してはいけない帰結を指定