パターン認識と学習
例題(BP以降を中心)

竹内孔一

BP法

- ニューラルネットワークによる誤差逆伝搬法(BP法)を利用して英語の大文字(A-Z)を識別したい．出力層はいくつのノードになるか答えよ
- 文字Aの学習データがある．このときの教師信号を示せ．

パラメトリック学習

- データxが確率分布p(x|Ai)に従っているとする．事前確率P(Ai)がわかってるとしたとき，事後確率P(Ai|x) をp(x|Ai)とP(Ai)を利用して記述しなさい．
  - ここでAiはi番目のクラスを表わす
- p(x|A)が正規分布に従う場合，2つの因子で分布が決定できる．その因子とは何か答えなさい．

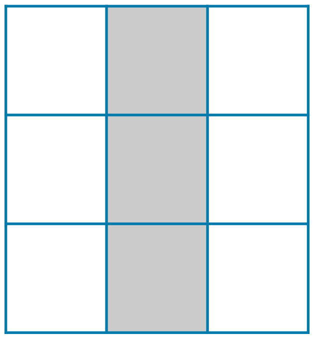
パラメトリック学習

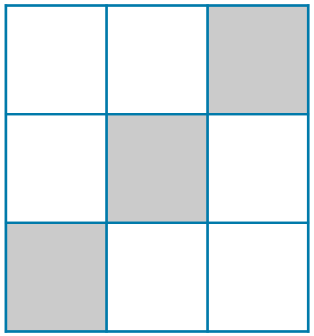
- 下記の式は共分散行列を表わす．各変数の意味について答えよ

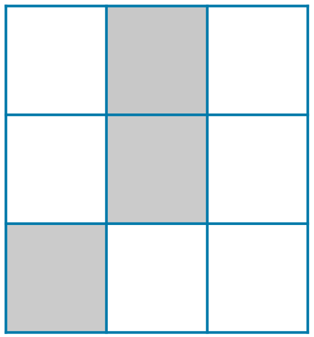
$$\Sigma_i = \frac{1}{k_i} \sum_{\mathbf{x} \in X} (\mathbf{x} - \mathbf{ave}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{ave}_i)^t$$

特徴量

- 3x3のセンサーで数字'1'か'0'かを識別する. 下記は'1'の3つの学習データである
  - 平均ベクトルを求めよ
  - (共分散行列を求めよ)







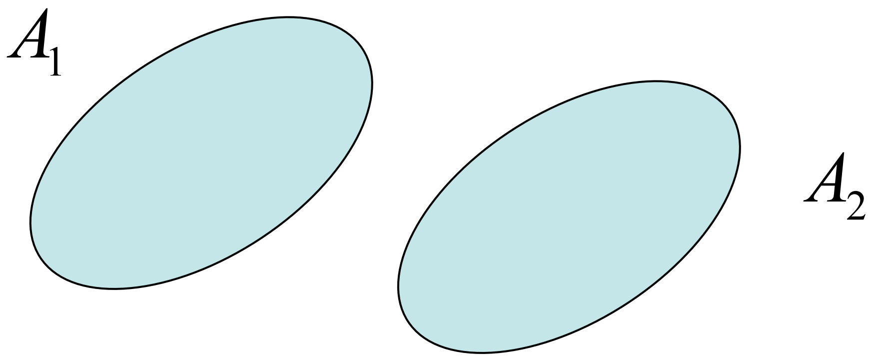
識別関数の設計

- 2クラス識別の時，線形識別関数g(x)=0で分類することは，g(x)の超平面の法線ベクトルに学習データを写像することになる．その様子を図で表わし，学習データの平均・分散がどこを基準に求めるのかを答えなさい．

識別関数の設計

- 2クラス分類で線形識別関数を求めたい
  - 下記のようなときどこに識別関数をおけばよいか? (法線ベクトルも書くこと)
  - その置き方を示唆するアイデアを答えよ

    (学習データは各クラスの正規分布に依存するとする)



特徴空間

一般識別関数

- 高次元まで含めた一般識別関数は結局，新たな空間での線形識別関数になる．下記の一般識別関数を利用して説明せよ．

$$g(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

2値分類器を利用して多値分類

- 3クラスの分類を例に多数決により多クラス分類する方法について説明しなさい. (pairwise法)

- 3クラスの分類を例に1つのクラス対他のクラスの分類器を複数つくることで多クラス分類できることを示しなさい. (one-versus rest法)

ハイパーパラメータの決め方

- 正解データXがあったとする. このときハイパーパラメータを決定する方法の概略を説明しなさい
  - 10 fold cross validation について具体的にやり方を説明しなさい

ベイズ誤り確率

- ベイズ誤り確率は下記の式で求まる．この値は何を示すもの簡単に説明しなさい．

$$e_{bayes} = \int \min(P_{error}(\mathbf{x}))\, p(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}$$

- この時の $Perror(\mathbf{x})$ は下記のように設定されるがこの式の解釈について説明しなさい．

$$Perror(\mathbf{x}) = \begin{cases} P(A_1 \mid \mathbf{x}) & \text{xをA2と判定した場合} \\ P(A_2 \mid \mathbf{x}) & \text{xをA1と判定した場合} \end{cases}$$

カーネル

- 下記の写像関数がカーネルとして利用できることを示しなさい.

$$\varphi(\mathbf{z}) = (z_1^2, z_2^2, z_3^2, \sqrt{2}z_1 z_2, \sqrt{2}z_2 z_3 \sqrt{2}z_1 z_3)^T$$

- ここでカーネルとは下記のような関係があるKが半正定値になるものとする

$$K(\mathbf{z}, \mathbf{z}') = \varphi(\mathbf{z})^T \cdot \varphi(\mathbf{z}')$$

答えの方向: Φ(x)TΦ(y) の計算結果が (x･y)2 であるため対称で全ての要素の
で正になるのでカーネルとして利用できる.

カーネルトリック

- 写像関数が下記の性質があるとき，写像後の高次元空間での識別関数が線形になる．なぜそうなるのかを式変換を行うことで説明しない．

$$\mathbf{w} = \sum_{k}^{N} \tau_k \mathbf{x}_i$$

(仮説) 識別関数の重みは学習データの線形結合で表わす

回答の方向

線形識別関数 g(x)を普通に求める

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^t \mathbf{x} + w_0$$

$$g(\mathbf{x}) = (\sum_{k}^{N} \tau_k \mathbf{x}_i)^t \mathbf{x} + w_0$$

$$= \sum_{k}^{N} \tau_k \mathbf{x}^t \mathbf{x}_i + w_0$$

写像後の高次元空間での識別関数

$$g(\varphi(\mathbf{x})) = \sum_{k}^{N} \tau_k \varphi(\mathbf{x})^t \varphi(\mathbf{x}_i) + w_0$$

$$= \sum_{k}^{N} \tau_k K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + w_0$$

よってカーネルだけで写像後の識別関数が計算できる