

パターン認識と学習

岡山大学大学院

講師 竹内孔一

本日の内容

- 確認と訂正
- 学習
 - 線形識別関数
 - パーセプトロン

練習問題

- 以下の文字の特徴ベクトルを求めよ



B という文字



B という文字
右にずれた

- 右にひとつずれた情報をどう特徴化する??

別解 (特徴抽出に対して1列空白があれば1, なければ0とする)

$$\mathbf{x}_{\text{左}} = \{1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1\}'$$

$$\mathbf{x}_{\text{右}} = \{0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1\}'$$

25次元

追加した
特徴量

練習1

方法1: 1マスを1次元
方法2: ループを1次元

- A, Bの文字を5x5のセンサで分類したい。プロトタイプが左2つするとき、次の入力はNN法でどちらに分類されるか計算せよ



$$\mathbf{x}_A = \{0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1\}'$$

$$\mathbf{x}_B = \{1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0\}'$$

$$\mathbf{x} = \{0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0\}'$$

$$\|\mathbf{x}_A - \mathbf{x}\| = \sqrt{11} \quad \|\mathbf{x}_B - \mathbf{x}\| = \sqrt{12} \quad \text{より左のAと分類される}$$

線形識別関数

- アイデア
 - プロトタイプ(学習データ)と距離を測る
 - 距離を最小にする
 - > 識別関数を定式化
 - > 線形であれば線形識別関数
 - 線形=>直線, 平面

線形識別関数

- 距離の最小

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2 - 2\mathbf{p}_i' \mathbf{x} + \|\mathbf{p}_i\|^2$$

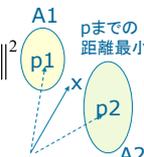
$$\text{-> 最大 } g_i(\mathbf{x}) \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{p}_i' \mathbf{x} - \frac{1}{2} \|\mathbf{p}_i\|^2$$

識別関数最大でカテゴリを選択

$$\max_{i=1, \dots, c} \{g_i(\mathbf{x})\} = g_k(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in A_k \quad A \text{ はクラス}$$

$g_i(\mathbf{x})$: 識別関数

仮説
 \mathbf{p}_i は1クラスに1つ



どこが線形?

- 識別関数

$$g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{p}_i' \mathbf{x} - \frac{1}{2} \|\mathbf{p}_i\|^2$$

識別

→ 識別関数を使ってカテゴリーを分類
 \mathbf{x} が変数 \mathbf{p}_i は定数 \mathbf{x} に対して線形

$$g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_i' \mathbf{x}$$

学習

→ 識別関数そのものを学習する
 \mathbf{x} は定数 \mathbf{p}_i は変数 → ただし2乗もまとめて \mathbf{w}_i とおく
 \mathbf{w}_i に対して線形

練習2

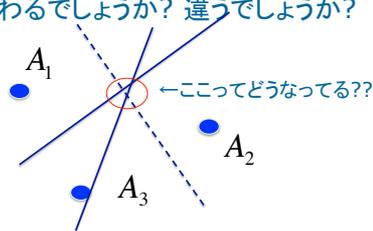
- 識別関数 $g_i(\mathbf{x})$ について

- 2次元として $\mathbf{x}_1 = (3, 4)$ のとき $g_i(\mathbf{x}_1)$ を \mathbf{w} で書いてみよう

- $g_i(\mathbf{x})$ とはクラス A_i についてどのようなものか特徴空間で $g_i(\mathbf{x}) = g_j(\mathbf{x})$ (i, j はクラス) は何を表すか

疑問

- 3クラス分類のとき、各クラスの境界は必ず1点に交わるでしょうか? 違うでしょうか?



9

パーセプトロン

- 特徴

- 分類可能な学習データであれば必ず線形識別関数(超平面)を自動で計算できる

- パーセプトロンの収束定理

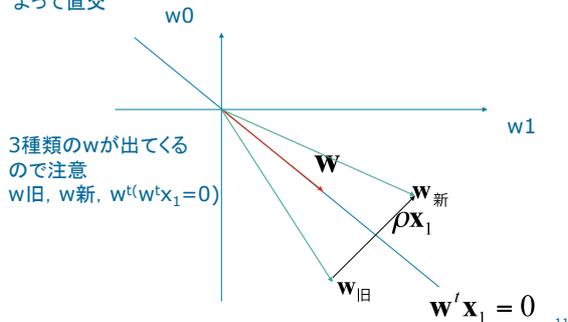
- \mathbf{w} を自動的に決める $g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}' \mathbf{x}$
- Rosenblattが1950年代後半に発表
- 2値分類

- 欠点

- 線形分離不可能なデータでは収束しない

$\mathbf{w}^t \mathbf{x} = 0$
 なので内積=0
 よって直交

直交について



11

学習規則

- 識別関数

$$g_1(\mathbf{x}) - g_2(\mathbf{x}) = \mathbf{w}' \mathbf{x}$$

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^t \mathbf{x} > 0 \quad \mathbf{x} \in A_1$$

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^t \mathbf{x} < 0 \quad \mathbf{x} \in A_2$$

- 学習規則 (線形分離可能な場合のみ)

\mathbf{w} の初期値を決める

- 学習パターンを1つ選ぶ
- $\mathbf{w}' = \mathbf{w} + \rho \mathbf{x}$ (A_1 を A_2 と誤るとき)
- $\mathbf{w}' = \mathbf{w} - \rho \mathbf{x}$ (A_2 を A_1 と誤るとき)
- 全パターンに対して繰り返す
- 誤りがなくなるまで上記を繰り返す

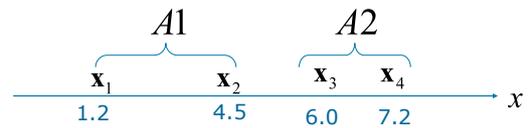
例題

- 2値分類とする. 識別関数の w が $w = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

のとき, 入力 $x=(-1)$ はA1とA2のどちらに分類されるか?

練習3

- パーセプトロンの学習規則を利用して以下の2値分類に対して識別関数を求めよ
まず w 空間で解領域を示すこと



パターン認識の応用

- セキュリティー
 - はずれ値の検出
 - アタックを受けている (httpのアクセス監視)
- 商売
 - 客の流出入のカウント
 - カメラによる客の数え上げ
 - ペットは数えない
 - 途中で戻る人を認識する